લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (બેઝિક)

Full Solution

સમય : 3 કલાક **અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 4**

વિભાગ-A

1. (D) ઉકેલ નથી **2.** (A) $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ **3.** (C) 10 d **4.** (C) 105**. 5.** (A) 1 **6.** (A) 30 **7.** 1 **8.** $-\frac{b}{a}$ **9.** 1 **10.** $\frac{1}{2}$ **11.** છેદિકા **12.** 50 **13.** ખોટું **14.** ખરું **15.** ખરું **16.** ખરું **17.** 177 **18.** 7 સેમી **19.** $\frac{5}{9}$ **20.** 25 **21.** (c) $3\pi r^2$ **22.** (a) $\pi r^2 h$ **23.** (b) $\pi r^2 - \frac{\pi r^2 \theta}{360}$ **24.** (c) $\frac{1}{2}\pi r^2$

વિભાગ-B

25. $6x^2 - 7x - 3 = 0$

$6x^2 - 9x + 2x - 3 = 0$

$\therefore 3x(2x - 3) + 1(2x - 3) = 0$

$\therefore (2x - 3)(3x + 1) = 0$

$\therefore 2x - 3 = 0$ અથવા $3x + 1 = 0$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ અથવા $x = -\frac{1}{3}$

26. ધારો કે, માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $ax^2 + bx + c$ નાં શૂન્યો α અને β છે.

$\therefore \alpha + \beta = \frac{-1}{4} = \frac{-b}{a}$ તથા $\alpha\beta = \frac{1}{4} = \frac{c}{a}$

$\therefore a = 4, \quad b = 1$ અને $c = 1$

આથી આપેલ શરતને અનુરૂપ એક દ્વિઘાત બહુપદી $4x^2 + x + 1$ છે. શૂન્યેતર વાસ્તવિક સંખ્યા k માટે, $k(4x^2 + x + 1)$ સ્વરૂપની કોઈ પણ બીજી દ્વિઘાત બહુપદી પણ આપેલ શરતને અનુરૂપ લઈ શકાય.

27. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$\therefore 2x^2 - 2x - 3x + 3 = 0$

$\therefore 2x(x - 1) - 3(x - 1) = 0$

$\therefore (x - 1)(2x - 3) = 0$

$\therefore x - 1 = 0$ અથવા $2x - 3 = 0$

$\therefore x = 1$ અથવા $x = \frac{3}{2}$

$\therefore$ સમીકરણનાં બીજ : $1, \frac{3}{2}$

28. સમાંતર શ્રેણી 21, 18, 15, ... છે.

$\therefore a = 21, d = 18 - 21 = -3$

ધારો કે, n મું પદ $a_n = -81$ છે.

$a_n = a + (n - 1) d$

$\therefore -81 = 21 + (n - 1) (-3)$

$\therefore -81 = 21 - 3n + 3$

$\therefore -81 = 24 - 3n$

$\therefore -27 = 8 - n$

$\therefore n = 8 + 27$

$\therefore n = 35$

આથી આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું 35 મું પદ –81 હોય.

29. અહીં, $a = 15$, $d = 10 - 15 = -5$ અને $n = 10$

હવે, $a_n = a + (n - 1)d$

$\therefore \quad a_{10} = 15 + (10 - 1) (-5)$

$\therefore \quad a_{10} = 15 - 45$

$\therefore \quad a_{10} = -30$

આથી, આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું 10મું પદ – 30 છે.

30. $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$= \sqrt{(1-5)^2 + (2-8)^2}$

$= \sqrt{16+36}$

$= \sqrt{52}$

$= 2\sqrt{13}$

આમ, આપેલ બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર $2\sqrt{13}$ છે.

31. ધારો કે, આપેલ બિંદુઓ P(1, 5), Q(2, 3) અને R(–2, –11) છે.

$PQ = \sqrt{(1-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} = 2.24$

$QR = \sqrt{(2+2)^2 + (3+11)^2} = \sqrt{16+196} = \sqrt{212} = 14.56$

$PR = \sqrt{(1+2)^2 + (5+11)^2} = \sqrt{9+256} = \sqrt{265} = 16.28$

$2.24 + 14.56 = 16.80 \neq 16.28$

$\therefore PQ + QR \neq PR$

તે જ રીતે, $QR + PR \neq PQ$ અને $PQ + PR \neq QR$ આથી આપેલ બિંદુઓ સમરેખ નથી.

32. $sin(A - B) = \frac{1}{2}$ $\qquad cos(A + B) = \frac{1}{2}$

$\therefore sin(A - B) = sin\ 30°$ $\therefore cos(A + B) = cos\ 60°$

$\therefore A - B = 30°$ ....(1) $\therefore A + B = 60°$ ....(2)

પરિણામ (1) અને પરિણામ (2) નો સરવાળો કરતાં,

$(A - B) + (A + B) = 30° + 60°$

$\therefore A - B + A + B = 90°$

$\therefore 2A = 90°$

$\therefore A = 45°$

પરિણામ (1) માં $A = 45°$ મૂકતાં,

$A - B = 30°$

$\therefore B = A - 30°$

$\therefore B = 45° - 30°$

$\therefore B = 15°$

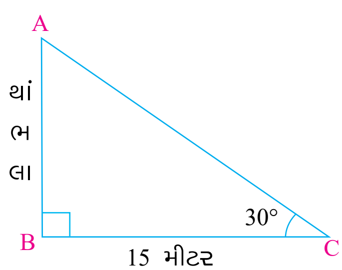
આમ, $A = 45°$ અને $B = 15°$ છે.

33. $= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

$= 1$

34.



અહીં, AB એ થાંભલો, A એ થાંભલાની ટોચ અને બિંદુ C એ નિરીક્ષણ-બિંદુ છે.

ઉત્સેધકોણ $\angle ACB = 30°$ તથા થાંભલાના પાયાથી જમીન પરના બિંદુ Cનું અંતર BC = 15 મીટર.

હવે, ΔABCમાં $\angle B = 90°$, $\angle ACB = 30°$ અને BC = 15 મીટર છે.

ΔABCમાં $tan\ C = \frac{AB}{BC}$

$\therefore \quad tan\ 30° = \frac{AB}{15}$

$\therefore \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{15}$

$\therefore \quad AB = \frac{15}{\sqrt{3}}$

$\therefore \quad AB = \frac{5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore \quad AB = 5\sqrt{3}$ મીટર

આમ, ટાવરની ઊંચાઈ $5\sqrt{3}$ મીટર છે.

35. ધારો કે, આપેલ બે ઘન પૈકી પ્રત્યેકની બાજુનું માપ x સેમી છે.

$\therefore$ ઘનનું ઘનફળ $= x^3$

$\therefore 125 = x^3$

$\therefore x^3 = 5^3$

$\therefore x = 5$ સેમી

બે ઘનને જોડવાથી બનતા લંબઘન માટે લંબાઈ $l = 2x = 2 \times 5 = 10$ સેમી,

પહોળાઈ $b = x = 5$ સેમી અને

ઊંચાઈ $h = x = 5$ સેમી

$\therefore$ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ,

$= 2\ (lb + bh + hl)$

$= 2\ (10 \times 5 + 5 \times 5 + 5 \times 10)$

$= 2\ (50 + 25 + 50)$

$= 2\ (125)$

$= 250$ સેમી^{2}

36. નળાકાર — અર્ધગોળાકાર

$h = 1.45$ મીટર $= 145$ સેમી. — $r = 30$ સેમી.

$r = 30$ સેમી.

પક્ષીઓ માટે પાણી પીવાના પાત્રનું કુલ પૃષ્ઠફળ

= નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + અર્ધગોળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r\ (h + r)$

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 30 \times (145 + 30)$

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 30 \times 175$

$= 33000$ સેમી.^{2}

આમ, આપેલ પાત્રનું કુલ પૃષ્ઠફળ 33000 સેમી^{2} = 3.3 મી^{2} છે.

37. મધ્યક $(\overline{x}) = a + \dfrac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma fi} \times h$

$= 47.5 + \dfrac{29 \times 15}{30}$

$= 47.5 + 14.5$

$= 62$

વિભાગ-C

38. ધારો કે, જયશ્રીની વર્તમાન ઉંમર x વર્ષ અને પૂર્વીની વર્તમાન ઉંમર y વર્ષ છે.

તેથી પાંચ વર્ષ પહેલાં, જયશ્રીની ઉંમર $(x - 5)$ વર્ષ અને પૂર્વીની ઉંમર $(y - 5)$ વર્ષ હશે.

પહેલી શરત મુજબ, $x - 5 = 3\ (y - 5)$

$\therefore\ x - 5 = 3y - 15$

$\therefore\ x - 3y = -10$ ...(1)

દસ વર્ષ પછી, જયશ્રીની ઉંમર $(x + 10)$ વર્ષ અને પૂર્વીની ઉંમર $(y + 10)$ વર્ષ થશે.

બીજી શરત મુજબ, $x + 10 = 2\ (y + 10)$

$\therefore\ x + 10 = 2y + 20$

$\therefore\ x - 2y = 10$ ...(2)

સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (2) ની બાદબાકી કરતાં,

$$\begin{aligned} x - 3y &= -10 \\ x - 2y &= 10 \\ \underline{- \quad +} & \quad \underline{-} \end{aligned}$$

$\therefore -y = -20$

$\therefore y = 20$

સમીકરણ (1) માં $y = 20$ મૂકતાં,

$x - 3y = -10$

$\therefore x - 3(20) = -10$

$\therefore x - 60 = -10$

$\therefore x = 60 - 10$

$\therefore x = 50$

આમ, જયશ્રી અને પૂર્વી વર્તમાન ઉંમર અનુક્રમે 50 વર્ષ અને 20 વર્ષ છે.

39. $3x - 5y - 4 = 0$ ...(1)

$\therefore x = \dfrac{5y+4}{3}$ ...(2)

$9x = 2y + 7$

$\therefore 9x - 2y - 7 = 0$ ...(3)

સમીકરણ (3) માં સમીકરણ (2) ની કિંમત મૂકતાં,

$9x - 2y - 7 = 0$

$\therefore 9\left(\dfrac{5y+4}{3}\right) - 2y - 7 = 0$

$\therefore 15y + 12 - 2y - 7 = 0$

$\therefore 15y - 2y = -12 + 7$

$\therefore 13y = -5$

$\therefore y = \dfrac{-5}{13}$

સમીકરણ (2) માં $y = \dfrac{-5}{13}$ મૂકતાં,

$x = \dfrac{5y+4}{3}$

$\therefore x = \dfrac{5\left(\dfrac{-5}{13}\right)+4}{3} = \dfrac{\dfrac{-25}{13}+4}{3} = \dfrac{-25+52}{39} = \dfrac{27}{39} = \dfrac{9}{13}$

$\therefore x = \dfrac{9}{13}$

$\therefore$ સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ : $x = \dfrac{9}{13}, y = \dfrac{-5}{13}$

40. અહીં, $a_2 = a + d = 14$ અને $a_3 = a + 2d = 18$ છે.

$\therefore a + d = 14$

$a + 2d = 18$

– – –

$\therefore -d = -4$

$\therefore d = 4$

$a + d = 14$માં $d = 4$ મૂકતાં,

$a + d = 14$

$\therefore a + 4 = 14$

$\therefore a = 14 - 4$

$\therefore a = 10$

$S_n = \frac{n}{2}\ [2a + (n - 1)d]$

$\therefore S_{51} = \frac{51}{2}\ [2(10) + (51 - 1)4]$

$= \frac{51}{2}\ [20 + 200]$

$= \frac{51}{2} \times 220$

$= 51 \times 110$

$= 5610$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણીનાં પ્રથમ 51 પદોનો સરવાળો 5610 છે.

41. ધારો કે, X-અક્ષ પરનું બિંદુ P $(x, 0)$ એ બિંદુઓ A $(1, -5)$ અને B $(-4, 5)$ ને જોડતા રેખાખંડનું $m_1 : m_2$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$\therefore$ વિભાજન કરતાં બિંદુ P ના યામ $= \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$\therefore (x, 0) = \left(\frac{-4m_1 + m_2}{m_1 + m_2}, \frac{5m_1 - 5m_2}{m_1 + m_2}\right)$

$\therefore 0 = \frac{5m_1 - 5m_2}{m_1 + m_2}$ (y-યામ સરખાવતાં)

$\therefore 0 = 5m_1 - 5m_2$

$\therefore 5m_1 = 5m_2$

$\therefore m_1 = m_2$

$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1}$

$\therefore m_1 : m_2 = 1 : 1$

$x = \frac{-4m_1 + m_2}{m_1 + m_2}$ (x-યામ સરખાવતાં)

$\therefore x = \frac{-4\ 1\ +1}{1+1}$

$\therefore x = \frac{-4+1}{2}$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

આમ, X-અક્ષ બિંદુઓ A (1, –5) અને B (–4, 5) ને જોડતા રેખાખંડનું 1 : 1 ગુણોત્તરમાં બિંદુ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ પર વિભાજન કરે છે.

42. અહીં, Q (0, 1) એ P (5, –3) અને R (x, 6) થી સમાન અંતરે આવેલ છે.

$\therefore$ PQ = QR

$\therefore$ PQ^2 = QR^2

$\therefore (5-0)^2 + (-3-1)^2 = (0-x)^2 + (1-6)^2$

$\therefore 25 + 16 = x^2 + 25$

$\therefore x^2 = 16$

$\therefore x = \pm 4$

હવે, $x = 4$ લેતાં,

$QR = \sqrt{(0-x)^2+(1-6)^2}$, $\quad PR = \sqrt{(5-x)^2+(-3-6)^2}$

$\therefore QR = \sqrt{(0-4)^2+(1-6)^2}$ $\quad \therefore PR = \sqrt{(5-4)^2+(-3-6)^2}$

$\therefore QR = \sqrt{16+25}$ $\quad \therefore PR = \sqrt{1+81}$

$\therefore QR = \sqrt{41}$ $\quad \therefore PR = \sqrt{82}$

તે જ રીતે, $x = -4$ લેતાં,

$QR = \sqrt{(0-x)^2+(1-6)^2}$ $\quad PR = \sqrt{(5-x)^2+(-3-6)^2}$

$\therefore QR = \sqrt{(0+4)^2+(-5)^2}$ $\quad \therefore PR = \sqrt{(5+4)^2+(-3-6)^2}$

$\therefore QR = \sqrt{16+25}$ $\quad \therefore PR = \sqrt{81+81}$

$\therefore QR = \sqrt{41}$ $\quad \therefore PR = \sqrt{162}$

$\therefore PR = \sqrt{81 \times 2}$

$\therefore PR = 9\sqrt{2}$

43. બે સમકેન્દ્રી વર્તુળો માટે મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા r_1 = 25 સેમી અને નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા r_2 = 24 સેમી છે.

$\therefore$ જીવાની લંબાઈ $= 2\sqrt{r_1^2 - r_2^2}$

$= 2\sqrt{25^2 - 24^2}$

$= 2\sqrt{625 - 576}$

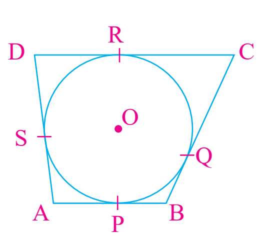
$= 2\sqrt{49}$

$= 2 \times 7$

$= 14$

આમ, જીવાની લંબાઈ 14 સેમી. છે.

44.



ચતુષ્કોણ ABCD એક O કેન્દ્રિત વર્તુળને પરિગત છે. ધારો કે, ચતુષ્કોણ ABCD ની બાજુઓ AB, BC, CD અને DA આ O કેન્દ્રિત વર્તુળને અનુક્રમે P, Q, R અને S બિંદુઓમાં સ્પર્શે છે.

$\therefore$ AP = AS ...(1)

BP = BQ ...(2)

CR = CQ ..(3)

DR = DS ...(4)

પરિણામ (1), (2), (3) અને (4)નો સરવાળો કરતાં,

AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS

$\therefore$ (AP + BP) + (CR + DR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)

$\therefore$ AB + CD = AD + BC

45. પદ-વિચલનની રીતનો ઉપયોગ કરી સરેરાશ ખર્ચ શોધીશું.

અહીં, પદ-વિચલનની રીતનો ઉપયોગ કરવા $a = 225$ અને $h = 50$ લઈને નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણેની માહિતી મળે છે.

દૈનિક ખર્ચ (₹માં) (વર્ગ)	પરિવારોની સંખ્યા (f_i)	મધ્યકિંમત (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
100 – 150	4	125	– 2	– 8
150 – 200	5	175	– 1	– 5
200 – 250	12	225 = a	0	0
250 – 300	2	275	1	2
300 – 350	2	325	2	4
કુલ	$\Sigma f_i = 25$	–	–	$-7 = \Sigma f_i u_i$

મધ્યક $\overline{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$\therefore \overline{x} = 225 + \frac{-7}{25} \times 50$

$\therefore \overline{x} = 225 - 14$

$\therefore \overline{x} = 211$

આમ, પરિવારના ખોરાકનો દૈનિક ઘરગથ્થુ ખર્ચનો સરેરાશ ખર્ચ (મધ્યક) ₹ 211 છે.

46. એક ભૂરો અને એક કાળો એમ બે પાસાને એક-સાથે ઉછાળવાના પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામો નીચે મુજબ છે :

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 36

(i) ધારો કે, ઘટના A : પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 8 હોય તે

અહીં, પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 8 હોય તે માટેનાં શક્ય પરિણામો (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 5

P(A) = $\dfrac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$

$\therefore$ $\boxed{P(A) = \frac{5}{36}}$

(ii) ધારો કે, ઘટના C : પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 12 કે તેનાથી નાનો હોય તે

અહીં, પાસાની ઉપરની સપાટી પર દેખાતી સંખ્યાઓનો સરવાળો 12 કે તેનાથી નાનો હોય તે અહીં આપેલ દરેક પરિણામ માટે શક્ય છે.

$\therefore$ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 36

$\therefore$ $P(C) = \frac{36}{36}$

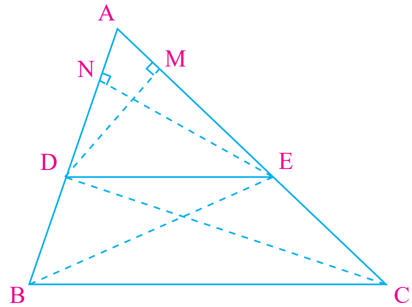
$\therefore$ $\boxed{P(C) = 1}$

વિભાગ-D

47. થેલ્સનું પ્રમેય : ત્રિકોણની કોઈ એક બાજુને સમાંતર દોરેલી રેખા બાકીની બે બાજુઓને ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદે, તો તે બાજુઓ પર કપાતા રેખાખંડો તે બાજુઓનું સમપ્રમાણમાં વિભાજન કરે છે.

પક્ષ : Δ ABCની બાજુ BCને સમાંતર રેખા બાકીની બે બાજુઓ AB અને ACને અનુક્રમે D અને Eમાં છેદે છે.

સાધ્ય : $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$



સાબિતી : BE અને CD જોડો અને DM $\perp$ AC અને EN $\perp$ AB દોરો.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ × પાયો × પાયા પરનો વેધ

$\therefore$ ar (ADE) = $\frac{1}{2}$ AD × EN

તથા ar (BDE) = $\frac{1}{2}$ DB × EN

$$\therefore \frac{ar(\text{ADE})}{ar(\text{BDE})} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{AD} \times \text{EN}}{\frac{1}{2} \times \text{DB} \times \text{EN}} = \frac{\text{AD}}{\text{DB}} \quad ...(1)$$

ઉપરાંત $ar\ (\text{ADE}) = \frac{1}{2} \text{AE} \times \text{DM}$

તથા $ar\ (\text{DEC}) = \frac{1}{2} \text{EC} \times \text{DM}$

$$\therefore \frac{ar(\text{ADE})}{ar(\text{DEC})} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{AE} \times \text{DM}}{\frac{1}{2} \times \text{EC} \times \text{DM}} = \frac{\text{AE}}{\text{EC}} \quad ...(2)$$

હવે, Δ BDE અને Δ DEC એક જ પાયા DE પર અને સમાંતર રેખાઓની જોડ BC અને DE વચ્ચે આવેલા છે.

$\therefore ar\ (\text{BDE}) = ar\ (\text{DEC})$ ...(3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી $\frac{\text{AD}}{\text{DB}} = \frac{\text{AE}}{\text{EC}}$

48. AD અને PM એ અનુક્રમે Δ ABC અને Δ PQR ની મધ્યગાઓ છે.

$\therefore$ BC = 2 BD અને QR = 2 QM

હવે, $\Delta \text{ABC} \sim \Delta \text{PQR}$

$\therefore \frac{\text{AB}}{\text{PQ}} = \frac{\text{BC}}{\text{QR}}$

$\therefore \frac{\text{AB}}{\text{PQ}} = \frac{2\text{ BD}}{2\text{ QM}}$

$\therefore \frac{\text{AB}}{\text{PQ}} = \frac{\text{BD}}{\text{QM}}$

વળી, $\angle \text{ABC} = \angle \text{PQR}$

$\therefore \angle \text{ABD} = \angle \text{PQM}$

હવે, Δ ABD અને Δ PQM માં,

$\frac{\text{AB}}{\text{PQ}} = \frac{\text{BD}}{\text{QM}}$ અને $\angle \text{ABD} = \angle \text{PQM}$

$\therefore \Delta \text{ABD} \sim \Delta \text{PQM}$ (બાખૂબા શરત)

$\therefore \frac{\text{AB}}{\text{PQ}} = \frac{\text{AD}}{\text{PM}}$

49. $x - \frac{1}{x} = 3$

$\therefore \quad x^2 - 1 = 3x$

$\therefore \quad x^2 - 3x - 1 = 0$

સમીકરણ $x^2 - 3x - 1 = 0$ને $ax^2 + bx + c = 0$ સાથે સરખાવતાં,

$a = 1, b = -3, c = -1$

વિવેચક $(b^2 - 4ac)$ $= (-3)^2 - 4(1)(-1)$

$= 9 + 4$

$= 13 > 0$

દ્વિઘાત સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં,

$$x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ અથવા } x = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\therefore \quad x = \frac{-(-3)+\sqrt{13}}{2(1)} \text{ અથવા } x = \frac{-(-3)-\sqrt{13}}{2(1)}$$

$$\therefore \quad x = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \text{ અથવા } x = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$$

આમ, આપેલ સમીકરણનાં બીજ $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ અને $\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ છે.

50. સમાંતર શ્રેણી 21, 18, 15, ... છે.

$\therefore a = 21, d = 18 - 21 = -3$

ધારો કે, n મું પદ $a_n = -81$ છે.

$a_n = a + (n - 1) d$

$\therefore -81 = 21 + (n - 1)(-3)$

$\therefore -81 = 21 - 3n + 3$

$\therefore -81 = 24 - 3n$

$\therefore -27 = 8 - n$

$\therefore n = 8 + 27$

$\therefore n = 35$

આથી આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું 35 મું પદ –81 હોય.

હવે, ધારો કે n મું પદ $a_n = 0$ છે.

$a_n = a + (n - 1) d$

$\therefore 0 = 21 + (n - 1)(-3)$

$\therefore 0 = 21 - 3n + 3$

$\therefore 3n = 21 + 3$

$\therefore 3n = 24$

$\therefore n = 8$

આથી આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું 8 મું પદ 0 હોય.

51.

દૈનિક ખિસ્સા ભથ્થું (₹માં) (વર્ગ)	બાળકોની સંખ્યા (f_i)	x_i	u_i	$f_i u_i$
11 – 13	7	12	–4	–28
13 – 15	6	14	–3	–18
15 – 17	9	16	–2	–18
17 – 19	13	18	–1	–13
19 – 21	f	20 = a	0	0
21 – 23	5	22	1	5
23 – 25	4	24	2	8
કુલ	44 + f	–	–	–64

➪ મધ્યક $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$\therefore\ 18 = 20 + \frac{-64}{44+f} \times 2$

$\therefore\ 18 - 20 = \frac{-128}{44+f}$

$\therefore\ -2 = \frac{-128}{44+f}$

$\therefore\ 44 + f = \frac{-128}{-2}$

$\therefore\ 44 + f = 64$

$\therefore\ f = 64 - 44$

$\therefore\ f = 20$

આમ, આપેલ માહિતીમાં ખૂટતી આવૃત્તિ 20 છે.

52.

વર્ગ	આવૃત્તિ (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
0 – 10	5	5
10 – 20	x	5 + x
20 – 30	20	25 + x
30 – 40	15	40 + x
40 – 50	y	40 + x + y
50 – 60	5	45 + x + y

➪ અહીં, મધ્યસ્થ M = 28.5 અને કુલ આવૃત્તિ n = 60 છે.

$\therefore$ મધ્યસ્થ વર્ગ = 20 – 30

l = મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા = 20

n = કુલ આવૃત્તિ = 60

cf = મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = 5 + x

f = મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ = 20

h = વર્ગલંબાઈ = 10

$$M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$$

$$\therefore 28.5 = 20 + \left(\frac{\frac{60}{2} - \ 5 + x}{20}\right) \times 10$$

$$\therefore 28.5 - 20 = \frac{30 - 5 - x \ \times 10}{20}$$

$$\therefore \frac{8.5 \times 20}{10} = 25 - x$$

$\therefore$ $17 = 25 - x$

$\therefore$ $x = 25 - 17$

$\therefore$ $x = 8$

હવે, $\sum f_i = n = 60$

$\therefore$ $45 + x + y = 60$

$\therefore$ $45 + 8 + y = 60$

$\therefore$ $53 + y = 60$

$\therefore$ $y = 60 - 53$

$\therefore$ $y = 7$

આમ, $x = 8$ અને $y = 7$ છે.

53. એક થેલામાં 3 લાલ અને 5 કાળા દડા અને 7 સફેદ દડા છે.

$\therefore$ દડાની કુલ સંખ્યા $= 3 + 5 + 7 = 15$

$\therefore$ થેલામાંથી એક દડો યાદૃચ્છિક રીતે કાઢવાના પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા $= 15$

(i) ધારો કે, ઘટના A : પસંદ કરેલ દડો લાલ હોય તે

અહીં લાલ દડાની સંખ્યા 3 છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા $= 3$

$\therefore$ P(A) $= \dfrac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$

$$\therefore P(A) = \frac{3}{15}$$

$$\therefore P(A) = \frac{3 \times 1}{3 \times 5}$$

$$\therefore \boxed{P(A) = \frac{1}{5}}$$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : પસંદ કરેલ દડો કાળો હોય તે

અહીં કાળા દડાની સંખ્યા 5 છે.

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા $= 5$

$$\therefore P(B) = \frac{5}{15}$$

$$\therefore P(B) = \frac{5 \times 1}{3 \times 5}$$

$$\therefore \boxed{P(B) = \frac{1}{3}}$$

(iii) ધારો કે, ઘટના C : પસંદ કરેલ દડો સફેદ હોય

અહીં, સફેદ દડાની સંખ્યા 7 છે.

∴ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 7

∴ $\boxed{P(C) = \frac{7}{15}}$

(iv) ધારો કે, ઘટના D : પસંદ કરેલ દડો સફેદ ન હોય

અહીં, સફેદ ન હોય (લાલ હોય અથવા કાળો હોય) તેવા દડાની સંખ્યા $3 + 5 = 8$ છે.

∴ ઘટના D માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 8

∴ $\boxed{P(D) = \frac{8}{15}}$

54. અહીં, પરિણામોની કુલ સંખ્યા 6 છે.

(i) ધારો કે, ઘટના A : પાસા પર 4 કરતાં મોટી સંખ્યા મળે તે,

અહીં 4 કરતાં મોટી સંખ્યા 5 અને 6 એમ 2 છે.

∴ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 2

∴ $P(A) = \dfrac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$

∴ $P(A) = \frac{2}{6}$

∴ $\boxed{P(A) = \frac{1}{3}}$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : પાસા પર 4 કે 4થી નાની સંખ્યા મળે તે.

અહીં, 4 કે 4થી નાની સંખ્યા 1, 2, 3, 4 છે.

∴ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 4

∴ $P(B) = \dfrac{\text{ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$

∴ $P(B) = \frac{4}{6}$

∴ $\boxed{P(B) = \frac{2}{3}}$

(iii) ધારો કે, ઘટના C : પાસા પર 3થી મોટી અને 5થી નાની સંખ્યા મળે તે,

અહીં, 3થી મોટી અને 5થી નાની સંખ્યા 4 છે.

∴ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 1

∴ $P(C) = \dfrac{\text{ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$

∴ $\boxed{P(C) = \frac{1}{6}}$

(iv) ધારો કે, ઘટના D : પાસા પર યુગ્મ સંખ્યા મળે તે

અહીં, યુગ્મ સંખ્યાઓ 2, 4, 6 છે.

$\therefore$ ઘટના D માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 3

$$\therefore P(D) = \frac{\text{ઘટના D માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$$\therefore P(D) = \frac{3}{6}$$

$$\therefore \boxed{P(D) = \frac{1}{2}}$$